

فهرست

اندازه‌گیری و مدل‌سازی	فصل اول
۹ درسنامه	
۱۱ بانک سوالات	
۱۳ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی	
جامعه و نمونه	فصل دوم
۱۵ درسنامه	
۱۹ بانک سوالات	
۲۱ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی	
متغیرهای تصادفی	فصل سوم
۲۳ درسنامه	
۲۵ بانک سوالات	
۲۷ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی	
دسته‌بندی داده‌ها	فصل چهارم
۲۹ درسنامه	
۳۴ بانک سوالات	
۴۰ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی	
نمودارها و تحلیل داده‌ها	فصل پنجم
۴۹ درسنامه	
۵۵ بانک سوالات	
۶۳ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی	
شاخص‌های مرکزی	فصل ششم
۷۱ درسنامه	
۷۷ بانک سوالات	
۹۳ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی	
شاخص‌های پراکندگی	فصل هفتم
۱۱۵ درسنامه	
۱۲۱ بانک سوالات	
۱۳۷ پاسخ‌نامه‌ی تشریحی	

آمار و مدل سازی





شوند، یعنی انتخاب آن‌ها نباید از قانون خاصی پیروی کند به طوری که همه‌ی اعضای جامعه شانس انتخاب شدن را داشته باشند. هرچه جامعه بزرگ‌تر باشد، برای آنکه نمونه بتواند بیانگر جامعه باشد باید نمونه هم بزرگ‌تر باشد.

اندازه‌ی نمونه: تعداد اعضای نمونه را اندازه‌ی نمونه می‌گوییم.

نمونه‌ی تصادفی: نمونه‌ی تصادفی زیرمجموعه‌ای از جامعه‌ی آماری است که دو ویژگی زیر را داشته باشد:

۱) هر یک از اعضا امکان حضور در آن را داشته باشند.

۲) قبل از انتخاب نمونه نتوانیم با اطمینان درمورد حضور یا عدم حضور عده‌ای در نمونه قضاوت کنیم.

نمونه‌گیری تصادفی ساده به روش‌های مختلفی انجام می‌گیرد، یکی از آن‌ها استفاده از اعداد تصادفی با کمک ماشین حساب است (اعداد تصادفی اعداد بین صفر و یک هستند).

حال فرض کنید اندازه‌ی جامعه‌ای که می‌خواهیم از آن نمونه را انتخاب کنیم ۱۵۰ باشد و عدد تصادفی انتخاب شده توسط ماشین حساب $223/0$ باشد، در این صورت:

$$0/223 \times 150 = 40/95$$

حال قسمت اعشاری را حذف کرده و یک واحد به آن اضافه کنید. ۴۱ یکی از اعدادی است که از بین اعداد ۱ تا ۱۵۰ به تصادف انتخاب شده است.

تست نمونه

● کدام یک از اعداد زیر به عنوان عدد تصادفی توسط ماشین حساب می‌تواند انتخاب شود؟

۳) ۴

۰/۲۵۶ ۳)

-۰/۲۴۱ ۲)

۱/۲۱ ۱)

عدد باید بین صفر و ۱ باشد

● اگر متوسط اندازه‌ی جامعه‌ای ۱۰۰ باشد و توسط ماشین حساب عدد $253/0$ به تصادف به دست آید، چه عددی از این جامعه به تصادف می‌باشد انتخاب شود؟

۲۶) ۴

۲۵) ۳

۲۴) ۲

۲۳) ۱

پاسخ گزینه‌ی (۴) $[0/253 \times 100] + 1 = 26$

مشاهده‌ی آماری: عبارت است از جمع‌آوری اطلاعات مربوط به صفات متغیر در یک جامعه‌ی آماری.

صفت: به کمیت یا کیفیتی که متعلق به عناصر جامعه‌ی آماری باشد صفت می‌گوییم که بر دو نوع است:

۱) صفت ثابت: همه‌ی عناصر جامعه آن را دارا می‌باشند. مثل: کارمندان انتشارات مهر و ماه.

۲) صفت متغیر: در یک فرد از جامعه ممکن است باشد ولی در دیگری نباشد. مثل: گروه خونی A.

مهم

فصل دویم

نحوه
آوری
داده

۱۷

تعريف داده: نتایج حاصل از اندازه‌گیری و یا بررسی نمونه را داده می‌گوییم.

مثال: فرض کنید از جامعه‌ای ۱۰ نفر را با عنوان یک نمونه‌ی اتابی با استفاده از اعداد تصادفی انتخاب کردند این که موضوع مورد مطالعه وزن افراد جامعه است. حال اگر وزن این افراد را اندازه بگیریم حاصل کار ۱۰ عدد خواهد بود. این اعداد را که حاصل اندازه‌گیری اعضای نمونه هستند، داده می‌گوییم.

روش‌های جمع‌آوری داده‌ها:

۱ از طریق پرسش (به دو صورت پرسش شفاهی از اشخاص (مصاحبه) و پرسشنامه‌ی کتبی)

۲ از طریق مشاهده و ثبت وقایع (مثلًاً ثبت تعداد اتومبیل‌هایی که روزانه از چراغ قرمز یک چهارراه عبور می‌کنند)

۳ از طریق انجام آزمایش (مانند اندازه‌گیری قد و وزن دانش‌آموزان کلاس اول شهر تهران)

۴ استفاده از داده‌های از پیش تهیه شده (مانند مراجعت به مرکز آمار ایران و استفاده از اطلاعات موجود در آن سازمان)

طراحی پرسشنامه: برای اینکه مطمئن شویم از تمام افرادی که مورد بررسی آماری هستند پرسش‌هایی به طور یکسان شده است، پرسشنامه‌ی کتبی بر مصاحبه ارجحیت دارد. مهمترین عواملی که باید در یک پرسشنامه مد نظر گرفته شود عبارتند از:

۱ محتوی پرسشنامه سازماندهی شود و هدف تعیین گردد.

۲ فقط داده‌ها و اطلاعات مورد نیاز جمع‌آوری شوند.

۳ پرسش‌ها طوری باشند که برداشت متفاوتی از آن‌ها نشود و چیزی به ذهن افراد القاء نکند. (از سوالات هدایت کننده استفاده نکنید).

۴ در پایان از پاسخ‌دهنده تشکر شود.

تست نمونه

● کدام یک از موارد زیر مهم‌ترین بخش آمار است؟

۱) انتخاب موضوع مورد مطالعه

۲) عمل نمونه‌گیری

۳) جمع‌آوری اطلاعات

۴) تفسیر اطلاعات

پاسخ گزینه‌ی (۲)

● جهت پی بردن به نحوه توزیع نوعی کالا طرح کدام گزینه در پرسشنامه نامناسب است؟

۱) فوق العاده

۲) خوب

۳) متوسط

۴) ضعیف

پاسخ گزینه‌ی (۱) اگر جویای نظر یا عقیده راجع به موضوع یا محصولی هستید، پاسخ‌ها را به صورت کتبی یا کیفی سطح‌بندی شده انتخاب کنید.



تست نمونه

کدام یک از متغیرهای زیر متغیر کیفی اسمی می‌باشد؟

- (۱) مراحل زندگی (۲) گروه خونی
(۳) تعداد تصادفات (۴) وزن

پاسخ گزینه‌ی (۲)

تعداد تصادفات: متغیر کمی گسسته

مراحل زندگی: متغیر کیفی ترتیبی

وزن: متغیر کمی پیوسته

گروه خونی: متغیر کیفی اسمی

تذکرہ: گروه خونی (A, B, O, AB) متغیری کیفی اسمی است و هر فرد را به یکی از این گروه‌ها نسبت می‌دهیم و در بین این گروه‌های خونی ترتیبی وجود ندارد.

● غذای مورد علاقه و طول ضلع یک مستطیل به ترتیب چه نوع متغیرهایی هستند؟

- (۱) کیفی ترتیبی - کمی پیوسته (۲) کیفی اسمی - کمی پیوسته
(۳) کیفی ترتیبی - کمی گسسته (۴) کیفی اسمی - کمی گسسته

پاسخ گزینه‌ی (۲)

کدام یک از متغیرهای زیر پیوسته است؟

- (۱) تعداد سوالات امتحانی کنکور سراسری سال ۹۳
(۲) تعداد خوانندگان موسیقی سبک پاپ در ایران
(۳) مدت زمان لازم برای رسیدن به محل کار یک فرد
(۴) تعداد روزهای بارانی دی ماه ۱۳۹۲ شهر تهران

پاسخ گزینه‌ی (۳) متغیرهای ذکر شده در گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ چون بر حسب تعداد هستند، همگی متغیرهای کمی گسسته هستند.

● متغیری که هر نوع عدد (اعشاری یا صحیح) را به آن می‌توان اختصاص داد چیست؟

- (۱) متغیر کمی گسسته (۲) متغیر کیفی ترتیبی (۳) متغیر کمی پیوسته (۴) متغیر کمی اسمی

پاسخ گزینه‌ی (۳)

● متغیری که معمولاً از نوع تعداد می‌باشد کدام است؟

- (۱) متغیر کمی پیوسته (۲) متغیر کمی گسسته (۳) متغیر کیفی اسمی (۴) متغیر کیفی ترتیبی

پاسخ گزینه‌ی (۲)

کدام یک از متغیرهای زیر کیفی است؟

- (۱) طول عمر یک باطری (۲) رنگ چشم افراد یک کلاس
(۳) درجه حرارت (۴) میزان آلدگی هوا

پاسخ گزینه‌ی (۲)

طول عمر یک باطری: متغیر کمی (پیوسته) رنگ چشم افراد یک کلاس: متغیر کیفی (اسمی)

درجه حرارت: متغیر کمی (پیوسته) میزان آلدگی هوا: متغیر کمی (پیوسته)



تست نمونه

برای مطالعه تعداد افراد خانوارهای یک شهرک یک نمونه‌ی ۴۰ تایی از خانوارهای این شهرک را انتخاب کرده و در جدول زیر آورده‌ایم. چند است?

تعداد افراد خانوار	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد خانوارها	۸	۱۵	f_3	۵	۲

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

$$8 + 15 + f_3 + 5 + 2 = 40 \Rightarrow f_3 = 10.$$

پاسخ

فراوانی نسبی: فراوانی نسبی را با \bar{F}_i نشان می‌دهیم و داریم:

$$\text{فراوانی مطلق دسته‌ی } i = \frac{f_i}{n} \text{ و } n = \sum_{i=1}^n f_i = \text{فراوانی نسبی دسته‌ی } i \text{ آم}$$

درصد فراوانی نسبی: درصد فراوانی نسبی را با p_i نمایش می‌دهیم که از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$p_i = \bar{F}_i \times 100 = \frac{f_i}{n} \times 100$$

بدست می‌آید:

نکته: توجه داشته باشیم که در هر جدول فراوانی داریم:

$$1 = \text{مجموع فراوانی‌های نسبی} = 100$$

تست نمونه

نمرات تعدادی دانش‌آموز را در ۴ دسته طبقه‌بندی کرده‌ایم. اگر حدود دسته‌ی سوم ۱۰-۱۵ و فراوانی دسته‌ها به ترتیب ۴ و ۸ و ۱۵ و ۱۰ باشد. چند دانش‌آموز در این درس مردود شده‌اند؟

۳۷ (۴)

۲۲ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

پاسخ یعنی کسانی که کمتر از ۱۰ گرفته‌اند.

حدود دسته	۰ - ۵	۵ - ۱۰	۱۰ - ۱۵	۱۵ - ۲۰	$\rightarrow 4 + 8 = 12$
فراوانی	۴	۸	۱۰	۱۵	

توزیع زیر را در نظر می‌گیریم، در این توزیع فراوانی نسبی $x_i = 2$ برابر $4/40 = 10\%$ می‌باشد در این صورت x کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

پاسخ

$$\bar{F}_i = \frac{f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{x}{5+8+9+4} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{x}{26} \Rightarrow x = \frac{10}{26} \cdot 4 = \frac{10}{13} \cdot 4 = \frac{40}{13} = 3.0769$$

$$\Rightarrow 2x + 4x = 10 \Rightarrow 6x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{6} = 1.6667$$

فرآوانی

فصل چهارم

تست نمونه

- فراوانی نسبی یک داده برابر $\frac{1}{n}$ می‌باشد. اگر فراوانی این داده واحد افزایش یابد، فراوانی نسبی آن ۳ برابر می‌شود. تعداد کل داده‌ها در ابتدا چقدر بوده است؟

۱۴) ۴

۱۲) ۳

۱۰) ۲

۸) ۱

$$\frac{f_i}{n} = \frac{1}{n} \Rightarrow f_i = \frac{1}{n} n$$

$$f_i + 1 = \frac{f_i + 1}{n+1} = \frac{3 \times f_i}{n+1} \Rightarrow \frac{1}{n+1} = \frac{3 \times 1}{n+1}$$

$$\Rightarrow n+1 = 3 \times n+6 \Rightarrow n = 10$$

پاسخ

- فراوانی نسبی داده‌ای برابر $\frac{1}{n}$ است. اگر فراوانی این داده ۸ برابر شود، فراوانی نسبی جدید این داده کدام است؟

$\frac{5}{2}$) ۴

$\frac{2}{5}$) ۳

$\frac{3}{2}$) ۲

$\frac{2}{3}$) ۱

$$\frac{f_i}{n} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 5f_i$$

پاسخ

وقتی که فراوانی داده‌ای ۸ برابر می‌شود در واقع ۷ برابر آن به کل داده‌ها اضافه شده است پس:

$$= \frac{8f_i}{n + 7f_i} = \frac{8f_i}{5f_i + 7f_i} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

فرآوانی تجمعی: فراوانی تجمعی هر دسته برابر مجموع فراوانی‌های دسته‌های قبل و فراوانی

آن دسته است که با FC_i نمایش می‌دهیم. برای مثال:

نکته: در جدول فراوانی، فراوانی تجمعی طبقه‌ی اول با فراوانی مطلق آن طبقه و فراوانی تجمعی طبقه‌ی آخر با تعداد کل داده‌ها برابر می‌باشد.

نکته: اگر جدول فراوانی تجمعی داده‌ها داده شود برای محاسبه‌ی فراوانی مطلق دسته‌ی آم

کافی است فراوانی تجمعی دسته‌ی i آم را از فراوانی تجمعی دسته‌ی $(i-1)$ کم کنیم، یعنی:

$$F_i = FC_i - FC_{(i-1)}$$

فرآوانی تجمعی نسبی: عبارت است از فراوانی تجمعی آن دسته تقسیم بر تعداد کل فراوانی‌ها که آن را با \overline{FC}_i نشان می‌دهند:

$$\overline{FC}_i = \frac{FC_i}{n} \Rightarrow \overline{FC}_i = \frac{\text{فرآوانی تجمعی دسته‌ی } i \text{ آم}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}$$

درصد فراوانی تجمعی نسبی: درصد فراوانی تجمعی نسبی هر طبقه عبارت است از حاصل ضرب فراوانی تجمعی نسبی آن طبقه در عدد ۱۰۰ که آن را با PC_i نشان می‌دهند:

$$PC_i = \frac{FC_i}{n} \times 100 = \overline{FC}_i \times 100$$



تست نمونه

● جدول توزیع فراوانی زیر را در نظر بگیرید، درصد فراوانی تجمعی نسبی طبقه‌ی چهارم کدام است؟

x_i	۱	۲	۳	۴	۵	$\sum f_i = 25$
f_i	۲	۵	۸	۱۰	۵	$\sum f_i = 25$

 $82/3 (2)$ $82 (1)$ $83/3 (4)$ $83 (3)$

پاسخ

$$PC_i = \frac{FC_i}{n} \times 100 \Rightarrow PC_4 = \frac{FC_4}{n} \times 100 = \frac{2+5+8+10}{2+5+8+10+5} \times 100 = \frac{25}{30} \times 100 \approx 83/3$$

● اگر جدول زیر را داشته باشیم، مقدار $y + x$ کدام است؟

دسته‌ها	۱۰-۱۳	۱۳-۱۶	۱۶-۱۹	۱۹-۲۲	۹ (۲)	۱۷ (۱)
فراوانی‌ها	۳	۶	x	۴	۳ (۴)	۲۱ (۳)
فراوانی تجمعی	۳	۹	y	۲۰		

پاسخ گزینه‌ی (۴)

با توجه به نکات گفته شده، فراوانی تجمعی طبقه‌ی آخر با جمع کل فراوانی‌ها برابر است، پس $3+6+x+4=20 \Rightarrow x=7$ داریم:

از طرفی، فراوانی تجمعی هر دسته برابر است با مجموع فراوانی مطلق همان دسته و فراوانی‌های مطلق دسته‌های قبل، یعنی: $y = x + 3 + 6 = 7 + 9 = 16 \Rightarrow x + y = 7 + 16 = 23$

نمونه‌ی سوالات پتکرار گنگورهای سراسری

۱. در یک مطالعه‌ی آماری کدام مقدار می‌تواند منفی باشد؟

- (۱) تعداد داده‌ها (۲) فراوانی داده‌ها (۳) دامنه‌ی تغییرات داده‌ها (۴) متغیر تصادفی

۲. کدام گزینه در مورد دسته‌بندی داده‌ها صحیح می‌باشد؟

- (۱) حد انتهایی هر دسته هیچ‌گاه عضو همان دسته محاسبه نمی‌شود.

- (۲) حد ابتدایی هر دسته به جز دسته‌ی اول هیچ‌گاه عضوی همان دسته محاسبه نمی‌شود.

- (۳) حد انتهایی هر دسته به جز دسته‌ی آخر عضو دسته‌ی بعدی محاسبه می‌شود.

- (۴) حد ابتدایی هر دسته همواره جزء دسته‌ی قبل محاسبه می‌شود.

۳. در یک دسته‌بندی داده‌ها، مرکز دسته‌ی اول و آخر به ترتیب ۱۰ و ۱۰۰ می‌باشد. اگر تعداد دسته‌ها

۱۱ باشد، طول هر دسته کدام است؟

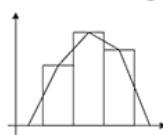
- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۴. در جدول فراوانی مقابل، چه نسبتی از داده‌ها در سه طبقه قرار دارند؟

نماینده طبقات	فراوانی مطلق	۰/۵ (۲)	۰/۴ (۱)
۱۰	۴		
۱۵	۵	۰/۸ (۴)	۰/۶ (۳)
۲۰	۷		
۲۵	۴		

میرزا

فصل پنجم



نکات مهم در نمودار چندبر فراوانی:

۱ اگر وسطهای فوقانی نمودار مستطیلی را به هم وصل کنیم نمودار چندبر به دست می‌آید.

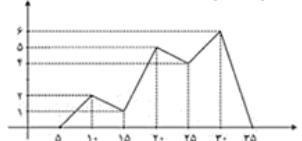
به شکل رویه را توجه کنید:

۲ مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی = مساحت کل مستطیل‌ها در نمودار مستطیلی.

۳ نمودار چندبر فراوانی را می‌توان با داشتن فراوانی نسبی نیز رسم کرد که آن را چندبر فراوانی نسبی می‌نامیم.

تست نمونه

۱ اگر نمودار چندبر رویه را داشته باشیم فراوانی نسبی دسته‌ی دوم کدام است؟



- ۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{1}{6}$
۳) $\frac{1}{18}$

پاسخ

دسته‌ی دوم دسته‌ای است که مرکز دسته‌ی آن ۱۵ است (دسته با مرکز دسته‌ی ۱۵ فرض است)

$$\text{فراوانی نسبی دسته‌ی دوم} = \frac{1}{1+2+4+5+6} = \frac{1}{18}$$

۲ اگر نمودار چندبر فراوانی تعدادی داده به صورت رویه را باشد، تعداد فراوانی چند دسته با هم برابر است؟

- ۱) ۲
۲) ۴
۳) صفر

پاسخ

دسته‌ی اول و آخر فرض هستند پس ۴ دسته دارای فراوانی یکسانی هستند.

توجه داشته باشیم که: اگر تعداد داده‌ها را افزایش دهیم (و در این حالت معمولاً طول دسته‌ها را کاهش می‌دهند) چندبر به یک منحنی هموار شبیه خواهد شد.

۳ نمودار دایره‌ای: یکی از نمودارهایی است که می‌تواند اطلاعات موجود در داده‌ها را

به سرعت در معرض دید قرار دهد. در این حالت دایره به چند قطاع تقسیم می‌شود و

مساحت هر قطاع متناسب است با فراوانی نسبی یک داده یا یک دسته از داده‌ها. این

نمودار برای داده‌های کیفی مناسب است.

۴ نکته: زاویه‌ی مرکزی هر قطاع از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\alpha_i = \bar{f}_i \times 360^\circ = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ \rightarrow \text{برحسب درجه}$$

$$\alpha_i = \bar{f}_i \times 100 = \frac{f_i}{n} \times 100 \rightarrow \text{برحسب درصد}$$



تست نمونه

در یک آمارگیری، داده‌ها در سه دسته طبقه‌بندی شده‌اند به طوری که فراوانی نسبی دسته‌های

اول و سوم به ترتیب $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{6}$ است. در نمودار دایره‌ای زاویه متناظر با دسته‌ی دوم کدام است؟

(۱) ۲۴۰

(۲) ۱۸۰

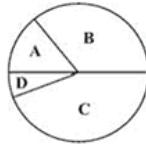
(۳) ۱۵۰

پاسخ در هر جامعه‌ی آماری، مجموع فراوانی‌های نسبی برابر یک است، پس:

$$1 = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) \times 360^\circ \Rightarrow \alpha_2 = \frac{f_2}{n} \times 360^\circ = \frac{7}{12} \times 360^\circ = 210^\circ$$

در نمودار روبه‌رو تعداد افرادی که در دسته‌های A و B و C قرار دارند به ترتیب ۴ و ۵ و ۸ برابر

تعداد افرادی است که در دسته‌ی D قرار دارند. زاویه‌ی D کدام است؟



(۱) ۱۰°

(۲) ۲۰°

(۳) ۲۰°

(۴) ۴۰°

پاسخ

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{f_D}{n} \times 360^\circ = \frac{f_D}{f_A + f_B + f_C + f_D} \times 360^\circ = \frac{f_D}{4f_D + 5f_D + 8f_D + f_D} \times 360^\circ \\ &= \frac{f_D}{18f_D} \times 360^\circ = 20^\circ \end{aligned}$$

در نمودار دایره‌ای وزن ۷۲۰ دانش‌آموز نمایش داده شده است. در صورتی که کمان متناظر با وزن‌های ۶۰-۷۰ کیلوگرم برابر ۳۰ درجه باشد، فراوانی متناظر با وزن ۶۵ کیلوگرم در نمودار میله‌ای کدام است؟

(۱) ۳۰

(۲) ۴۰

(۳) ۵۰

(۴) ۶۰

پاسخ با توجه به اینکه مرکز دسته (۶۰-۷۰) برابر ۶۵ است پس:

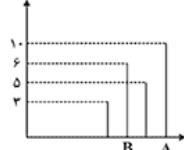
$$\alpha = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ \rightarrow 30^\circ = \frac{f_i}{720} \times 360^\circ \rightarrow f_i = 60^\circ$$

۵ نمودار ساقه و برگ: این نمودار برای داده‌هایی که تفاوت بین کوچکترین داده و بزرگترین داده از نظر تعداد ارقام کم باشد، مناسب است. در این نمودار داده‌ها را طوری کنار هم قرار می‌دهیم که شکل ظاهری قرار گرفتن آن‌ها در کنار یکدیگر به نوعی بتواند ساختار جامعه را مجسم کند.

۱ اگر داده‌ها به صورت اعشاری باشند آن‌ها را به صورت صحیح می‌نویسیم، می‌توانیم قرارداد کنیم اعداد صحیح چند رقمی باشند، مثلاً اگر بخواهیم سه رقمی باشند $\frac{2}{3}$ را به صورت $0.2\bar{3}$ و $12\bar{5}$ را به صورت $125\bar{0}$ می‌نویسیم.



۹. اگر نمودار میله‌ای داده‌های آماری به صورت مقابل باشد، در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به A چند درجه از زاویه‌ی مربوط به B بیشتر است؟



۹۰° (۲)
۴۵° (۴)

۶۰° (۱)
۲۰° (۳)

۱۰. در یک نمونه آماری فراوانی نسبی متغیری با فراوانی مطلق $3\frac{1}{6}$ می‌باشد. زاویه‌ی مربوط به

نمودار دایره‌ای متغیری با فراوانی $2\frac{1}{3}$ چند است؟

(۱) ۷۲ درجه (۲) ۱۴۴ درجه (۳) ۲۱۶ درجه (۴) ۱۸۲ درجه

۱۱. در یک بررسی آماری طول ۱۰۰ شاخه تیرآهن تولید شده به وسیله یک کارخانه مورد بررسی قرار گرفته است. نمودار مناسب برای بهتر نشان دادن تغییرات این متغیر کدام است؟

(۱) نمودار میله‌ای (۲) نمودار دایره‌ای (۳) نمودار چندبرگ (۴) نمودار ساقه و برگ

۱۲. در نمودار ساقه و برگ تعداد کل برگ‌ها برابر است با:

(۱) فراوانی مطلق (۲) فراوانی نسبی (۳) حجم جامعه (۴) مورد ۱ و ۳

۱۳. برای رسم نمودار چندبرگ فراوانی روی محورهای افقی و عمودی چه می‌نویسیم؟

(۱) حدود دسته‌ها و فراوانی تجمعی (۲) حدود دسته‌ها و فراوانی مطلق

(۳) مرکز دسته‌ها و فراوانی تجمعی (۴) مرکز دسته‌ها و فراوانی مطلق

۱۴. کدام نمودار از نمودارهای زیر برای نمایش فراوانی نسبی داده‌های جدول زیر مناسب‌تر است؟

گروه خونی	A	B	AB	O
فراوانی مطلق	۵	۳	۸	۲

(۱) نمودار مستطیلی (۲) نمودار میله‌ای (۳) نمودار دایره‌ای (۴) مورد ۲ و ۳

۱۵. کدام نمودار زیر برای نمایش داده‌ها با مقیاس اسمی بکار می‌رود؟

(۱) نمودار مستطیلی (۲) نمودار چندضلعی (۳) نمودار دایره‌ای (۴) نمودار تراکمی

۱۶. اگر تعداد اعضاء هر دسته را در یک جامعه آماری ۳ برابر کنیم، زاویه‌ی مربوط به یک دسته‌ی معین در نمودار دایره‌ای این جامعه چگونه خواهد شد؟

(۱) زیاد می‌شود.
(۲) کم می‌شود.
(۳) تغییر نمی‌کند.
(۴) با این اطلاعات نمی‌توان اظهار نظر نمود.

۱۷. در یک نمودار دایره‌ای فراوانی دسته‌های A و B به ترتیب $2\frac{1}{5}$ و $\frac{3}{4}$ برابر فراوانی دسته‌ی D می‌باشد و فراوانی دسته‌ی C با D برابر است. زاویه‌ی B کدام است؟

(۱) ۹۰° (۲) ۴۵° (۳) ۳۰° (۴)

نمونه‌ی سوالات پر تکرار گنجورهای سراسری

۱. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی سطح مربوط به فراوانی مطلق $= 15^\circ$ برابر 54° درجه است. فراوانی کل داده‌ها کدام است؟

(۱) ۹۶ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۸ (۴) ۱۲۰

۲. اگر زاویه‌ی طبقه‌ای در نمودار دایره‌ای 30° و کل داده‌ها برابر 36° باشد، فراوانی مطلق این طبقه کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۳. در نمودار دایره‌ای نمرات 84 دانش‌آموز کمان متناظر با نمرات بین $15-19$ برابر 12° درجه است فراوانی متناظر با نمره 17 در نمودار میله‌ای کدام است؟

(۱) ۲۶ (۲) ۲۷ (۳) ۲۸ (۴) ۳۰

۴. درصد فراوانی نسبی طبقه‌ای $2/5$ است. در نمودار دایره‌ای کمان مربوط به این طبقه چند درجه است؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۵. توزیع گروه خونی تعدادی از افراد جامعه همانند جدول زیر است. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به گروه خونی O چند درجه است؟

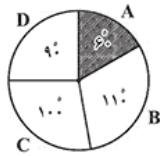
A	B	AB	O
۲۴	۱۴	۱۰	۱۲

(۱) ۷۲ (۲) ۹۰ (۳) ۱۰۸ (۴) ۱۲۰

۶. اگر مجموع فراوانی‌ها تا طبقه‌ی هفتم برابر 48° و فراوانی کل 60° باشد، مجموع درصد فراوانی‌های نسبی تا طبقه‌ی هفتم کدام است؟

(۱) ۶۰ (۲) ۶۴ (۳) ۸۰ (۴) ۵۶

۷. نمودار زیر توزیع 6000 نفر در گروههای سنی A, D, C, B را نشان می‌دهد. چند نفر در گروه سنی A قرار دارند؟



(۱) ۱۰۰۰

(۲) ۱۲۰۰

(۳) ۲۰۰۰

(۴) ۶۰۰

۸. در نمودار دایره‌ای 108 داده آماری طبقه‌بندی شده، فراوانی مطلق طبقه‌ای با حدود دسته‌ی $36-42$ با زاویه‌ی 60° نشان داده شده است. «در نمودار ستونی ارتفاع نظیر فراوانی 39 کدام است؟»

(۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

میرزا

پاسخنامه

۱. گزینه‌ی «۲»

پس تعداد کل داده‌ها، ۱۰۰ بوده است.

۲. گزینه‌ی «۲»

$$\alpha_i = \frac{f_i}{n} \times 36^\circ \Rightarrow 54^\circ = \frac{15}{n} \times 36^\circ \Rightarrow n = 100$$

زاویه‌ی هر طبقه در نمودار دایره‌ای متناسب با فراوانی نسبی آن طبقه است، پس:

$$\alpha_i = \frac{f_i}{n} \times 36^\circ \Rightarrow 3^\circ = \frac{f_i}{36} \times 36^\circ \Rightarrow f_i = 3$$

۳. گزینه‌ی «۳»

$$\alpha_i = \frac{f_i}{n} \times 36^\circ \Rightarrow \frac{\alpha_i}{36^\circ} \times n = f_i \Rightarrow f_i = \frac{12}{36^\circ} \times 84 = 28$$

حال چون نماینده‌ی ۱۵-۱۹ عدد $\frac{15+19}{2} = 17$ می‌باشد پس فراوانی مربوط به نمرات ۱۷ برابر ۲۸ می‌باشد.

۴. گزینه‌ی «۲»

$$P_i = \frac{f_i}{n} \times 100 \Rightarrow 2/5 = \frac{f_i}{n} \times 100 \Rightarrow \frac{f_i}{n} = \frac{2/5}{100} \Rightarrow \bar{f}_i = \frac{2/5}{100}$$

$$\alpha_i = \bar{f}_i \times 36^\circ \Rightarrow \alpha_i = \frac{2/5}{100} \times 36^\circ = 9^\circ$$

۵. گزینه‌ی «۱»

$$\alpha_O = \frac{f_O}{n} \times 36^\circ = \frac{12}{24+14+10+12} \times 36^\circ \Rightarrow \alpha_O = \frac{12}{60} \times 36^\circ = 72^\circ$$

۶. گزینه‌ی «۳»

$$\overline{FC}_i = \frac{FC_i}{n} = \frac{48}{60} \times 100 = 80$$

۷. گزینه‌ی «۱»

$$\alpha_A = \frac{f_A}{n} \times 36^\circ \Rightarrow 6^\circ = \frac{f_A}{6000} \times 36^\circ \Rightarrow f_A = 1000$$

۸. گزینه‌ی «۴»

$$x_i = \frac{36+42}{2} = 39 \quad [26-42] \text{ برابر است با: } 39$$

$$\alpha_i = \frac{f_i}{n} \times 36^\circ \Rightarrow 6^\circ = \frac{f_i}{108} \times 36^\circ \Rightarrow f_i = 18$$

بنابراین ارتفاع نظری مرکز دسته‌ی ۳۹ برابر ۱۸ است.

۹. گزینه‌ی «۱»

$$n = \sum f_i = 10 + 6 + 5 + 3 = 24 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_A = \frac{36^\circ}{24} \times 10 = 15^\circ \\ \alpha_B = \frac{36^\circ}{24} \times 6 = 9^\circ \end{cases} \Rightarrow \alpha_A - \alpha_B = 6^\circ$$

۱۰. گزینه‌ی «۲»

$$\bar{f}_i = \frac{f_i}{n} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{3^\circ}{n} \Rightarrow n = 50 \Rightarrow \alpha_i = \frac{f_i}{n} \times 36^\circ \Rightarrow \alpha_i = \frac{3^\circ}{50} \times 36^\circ = 144^\circ$$

۱۱. گزینه‌ی «۳»

نمودار چندبر بهتر می‌تواند تغییرات یک متغیر تصادفی پیوسته را نمایش دهد.



تست نمونه

اگر داده‌های آماری $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$ را داشته باشیم، میانه کدام است؟

۵/۵ (۴)

۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ چون تعداد داده‌ها زوج است، بعد از مرتبسازی به صورت صعودی، میانگین دو داده‌ی وسط برابر میانه است:

$$\frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

● میانه‌ی اعداد طبیعی فرد دو رقمی کدام است؟

۶۰ (۴)

۵۵ (۳)

۵۰ (۲)

۴۵ (۱)

پاسخ داده‌ها تشکیل یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۲ می‌دهند.

ابتدا تعداد اعداد فرد دو رقمی را بدست می‌آوریم:

$$11, 13, \dots, 97, 99 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow n = \frac{99-11}{2} + 1 = 45$$

جمله‌ی بیست و سوم میانه می‌باشد، پس:

$$a_{22} = a_1 + (n-1)d \rightarrow a_{22} = 11 + (22) \times 2 = 55$$

نکات مهم در میانه:

۱ میانه منحصر به فرد است

۲ میانه‌ی داده‌ها ممکن است جزء داده‌ها نباشد.

۳ اگر میانه‌ی داده‌ای x_1, x_2, \dots, x_n برابر \tilde{x} باشد، میانه‌ی داده‌ای $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ برابر است با $a\tilde{x} + b$. یعنی اگر همه‌ی داده‌ها در عددی ضرب شوند یا با عددی جمع شوند میانه‌ی داده‌ها نیز در آن عدد ضرب شده و یا با آن عدد جمع می‌شود.

۴ در جدول فراوانی اگر تعداد داده‌ها n باشد، ردیف میانه‌دار از رابطه‌ی $\frac{n+1}{2}$ به دست می‌آید.

۱-۲ چارک‌ها: میانه‌ی نیمه‌ی اول داده‌ها (داده‌ای که قبل از میانه قرار دارند) را چارک اول یا

Q₁ و میانه‌ی نیمه‌ی دوم داده‌ها (داده‌ای که بعد از میانه قرار دارند) را چارک سوم یا Q₃ می‌نامند.

محاسبه‌ی چارک‌ها: برای محاسبه‌ی چارک اول و سوم داده‌ها، ابتدا اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، سپس توزیع داده‌ها را تعیین می‌کنیم به دو قسمت تقسیم می‌کنیم، حال اگر برای داده‌های سمت چپ میانه (کوچک‌تر از میانه) مجدداً میانه را انتخاب کنیم این میانه را چارک اول (Q₁) می‌نامیم و اگر برای داده‌های سمت راست میانه (بزرگ‌تر از میانه) مجدداً میانه را انتخاب کنیم، این میانه چارک سوم (Q₃) می‌باشد.

نکات مهم در چارک‌ها:

۱ چارک دوم را که با Q₂ نشان می‌دهیم که همان میانه است.

۲ چارک اول از ۲۵ درصد داده‌ها بزرگ‌تر و از ۷۵ درصد داده‌ها کوچک‌تر است.

۳ چارک دوم از ۵۰ درصد داده‌ها بزرگ‌تر و از ۵۰ درصد داده‌ها کوچک‌تر است.

۴ چارک سوم از ۷۵ درصد داده‌ها بزرگ‌تر و از ۲۵ درصد داده‌ها کوچک‌تر است.

میر و مه

فصل ششم

تست نمونه

- میانگین اعداد ۱۵ و ۲۰ و ۲۵ و و ۱۸۵ کدام است؟

۱۰۵ (۴)

۱۰۰ (۳)

۹۵ (۲)

۹۰ (۱)

$$\bar{x} = \frac{185+15}{2} = 100$$

پاسخ داده‌ها تشکیل دنباله‌ی حسابی داده‌اند:

- میانگین وزن ۱۵ دانش‌آموز ۵۶ کیلوگرم و میانگین وزن ۱۰ دانش‌آموز دیگر ۶۱ کیلوگرم است.

میانگین وزن کل دانش‌آموزان چقدر است؟

۵۹ (۴)

۵۸ (۳)

۵۷ (۲)

۵۶ (۱)

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2} = \frac{15 \times 56 + 10 \times 61}{15 + 10} = 58$$

پاسخ

- در مدرسه‌ای سه کلاس A، B و C با ۳۰، ۲۰ و ۱۰ دانش‌آموز وجود دارد. اگر میانگین نمرات درس ریاضی در کلاس‌های A، B و C به ترتیب ۱۵، ۱۸ و ۱۲ باشد، میانگین درس ریاضی در کل مدرسه چقدر است؟

۱۶/۵ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵/۵ (۲)

۱۵ (۱)

$$\bar{x} = \frac{30 \times 15 + 20 \times 18 + 10 \times 12}{30 + 20 + 10} = \frac{930}{60} = 15/5$$

پاسخ

- اگر میانگین داده‌های $-1, 4, 2a - 4, 2a + 9$ برابر ۹ باشد، حاصل $a - 2b$ کدام است؟

-۱۰ (۴)

۱۰ (۳)

-۵ (۲)

۵ (۱)

$$\begin{cases} 2a - 1 = 9 \rightarrow a = 5 \\ b + 4 = 9 \rightarrow b = 5 \end{cases} \rightarrow a - 2b = -5$$

میانگین داده‌ها می‌توانند برابر هم نباشند.

پاسخ

- هرگاه میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۵ باشد، آنگاه میانگین داده‌های $+3x_1 + 2x_2 + \dots + 2x_n$ کدام است؟

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ

نکته: با توجه به مجموع جملات یک دنباله‌ی حسابی، مجموع n عدد فرد طبیعی متولّی $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ است، یعنی: **روش اول** برای حل این مسئله داریم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = 5 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_n = 100. \quad (۱)$$

حال برای محاسبه‌ی میانگین داده‌های جدید داریم:

$$\bar{x} = \frac{(2x_1 + 1) + (2x_2 + 2) + (2x_3 + 3) + \dots + (2x_n + n)}{n} \quad (۲)$$

$$\bar{x} = \frac{2(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + (1 + 2 + 3 + \dots + n)}{n} = \frac{2 \times 100 + 20}{20} = \frac{20(10 + 20)}{20} = 30.$$

روش دوم با توجه به نکته‌ی ۵ و ۱۱ مشاهده می‌کنیم که همه‌ی داده‌ها دو برابر شده‌اند. پس میانگین هم دو برابر می‌شود و همچنین به کل داده‌ها به اندازه‌ی k برابر شده‌اند. پس میانگین هم دو

به میانگین داده‌ها $\frac{k}{n} = \frac{400}{20}$ یعنی ۲۰ واحد اضافه خواهد شد، پس میانگین جدید برابر است با:

$$\bar{x} = 2 \times 5 + 20 = 30.$$