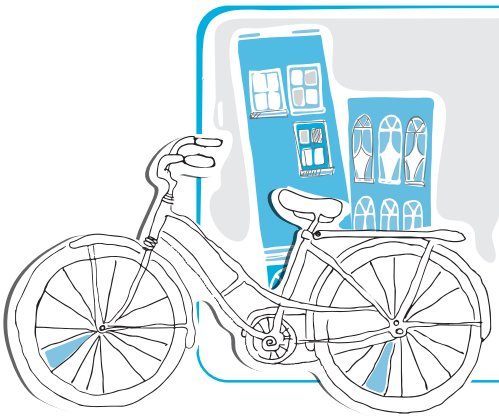


فهرست

- **فصل اول:** فیزیک و اندازه‌گیری ۷
- پاسخ‌نامه‌ی فصل اول ۲۷
- **فصل دوم:** کار، انرژی و توان ۳۱
- پاسخ‌نامه‌ی فصل دوم ۴۸
- **فصل سوم:** ویژگی‌های فیزیکی مواد ۵۵
- پاسخ‌نامه‌ی فصل سوم ۹۵
- **فصل چهارم:** دما و گرما ۱۰۵
- پاسخ‌نامه‌ی فصل چهارم ۱۳۸
- **فصل پنجم:** ترمودینامیک ۱۴۶
- پاسخ‌نامه‌ی فصل پنجم ۱۸۰
- آزمون‌های نوبت اول ۱۸۷
- آزمون‌های نوبت دوم ۱۹۵

۳۷- اگر فرض کنیم برای ساختن راه‌پله‌ای از زمین تا ماه بر مشکلات فنی غلبه کرده‌ایم و چنین راه‌پله‌ای ساخته شده باشد؛ کسی که با سرعت معمولی و بدون استراحت از این پله‌ها بالا می‌رود، چه‌قدر طول می‌کشد تا به ماه برسد؟ (فاصله‌ی زمین تا ماه حدوداً $۳/۸\times۱۰^{۸}$ متر است.)

۳۸- یک خلافکار باسابقه که می‌خواسته در جمع دوستانش کم نیاورد و اثبات کند که در کار خود خیلی ماهر است، ادعا می‌کند که در سرقتی از خزانه‌ی یک بانک هزار میلیارد تومان طلا را برداشته و در یک چمدان با خود بیرون آورده است. برآورد کنید آیا ادعای او می‌تواند صحیح باشد؟

چگالی

یک کیلوگرم آهن سنگین‌تره یا یک کیلوگرم پنبه؟ این سؤال از قدیم برای سنجیدن هوش بچه‌ها به کار می‌رفته است. هدف این سؤال نشان‌دادن این مطلب است که اجسام مختلفی که جرم و وزن یکسان دارند، ممکن است حجم‌های خیلی متفاوتی داشته باشند.[۱]

این‌که اجسام با جرم یکسان، حجم‌های متفاوتی داشته باشند یا اجسام با حجم برابر، جرم‌های مختلفی داشته باشند، ناشی از تفاوت چگالی آن‌ها است.

چگالی از ویژگی‌های مهم هر ماده است و به صورت روبه‌رو تعریف می‌شود: $\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V}$

یکای چگالی در SI، کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) است، اما یکاهای دیگری نیز برای آن کاربرد دارند. مهم‌ترین یکاهای غیراستاندارد برای چگالی g/cm^3 و $kg/liter$ است.

چگالی برحسب $kg/liter$ و چگالی برحسب g/cm^3 $\xrightleftharpoons[\times ۱۰۰۰]{\div ۱۰۰۰}$ چگالی برحسب kg/m^3

چگالی را جرم واحد حجم یا جرم حجمی نیز می‌نامند. یعنی اگر جرم یکای حجم ماده‌ای را حساب کنیم، چگالی ماده را حساب کرده‌ایم.

در جدول زیر چگالی برخی از مواد در دمای $۰\,^{\circ}C$ و فشار $۱\,atm$ نوشته شده است:

جدول ۶ چگالی برخی از مواد

ماده	$\rho\ (kg/m^3)$	مایع‌ها	$\rho\ (kg/m^3)$
یخ	$۹/۱۷\times۱۰^{۲}$	آب	$۱/۰۰\times۱۰^{۳}$
آلومینیم	$۲/۷\times۱۰^{۳}$	گلیسرین	$۱/۲۶\times۱۰^{۳}$
آهن	$۷/۸۶\times۱۰^{۳}$	اتیل الکل	$۸/۰۶\times۱۰^{۲}$
مس	$۸/۹۲\times۱۰^{۳}$	بنزن	$۸/۷۹\times۱۰^{۲}$
نقره	$۱/۰۵\times۱۰^{۴}$	جیوه	$۱/۳۶\times۱۰^{۴}$
سرب	$۱/۱۳\times۱۰^{۴}$	هوا	$۱/۲۹\times۱۰^{۰}$
طلا	$۱/۹۳\times۱۰^{۴}$	اکسیژن	$۱/۴۳\times۱۰^{۰}$
پلاتین	$۲/۱۴\times۱۰^{۴}$	هیدروژن	$۸/۹۹\times۱۰^{-۲}$
اورانیوم	$۱/۸۷\times۱۰^{۴}$	هلیم	$۱/۷۹\times۱۰^{-۱}$

مثال و جواب

مثال **این‌که می‌گوییم چگالی سیمان $۲۳۰۰\ kg/m^3$ است، چه مفهومی دارد؟**

جواب یعنی اگر یک بلوک سیمانی به حجم $۱\ m^3$ داشته باشیم، جرم آن $۲۳۰۰\ kg$ است.

مثال **تبدیل واحدهای زیر را انجام دهید.**

الف) $۱\ g/cm^3 = \cdots\cdots\ kg/liter$ ب) $۱\ kg/m^3 = \cdots\cdots\ g/cm^3$ پ) $۱\ kg/liter = \cdots\cdots\ kg/m^3$

جواب

الف) $۱\frac{g}{cm^3}\times\frac{۱\ kg}{۱۰^{۳}\ g}\times\frac{۱۰^{۳}\ cm^3}{۱\ liter} = ۱\ kg/liter$ این چگالی آب است.

ب) $۱\frac{kg}{m^3}\times\frac{۱۰^{۳}\ g}{۱\ kg}\times\frac{۱\ m^3}{۱۰^{۶}\ cm^3} = ۱۰^{-۳}\ g/cm^3$

پ) $۱\frac{kg}{liter}\times\frac{۱۰^{۳}\ liter}{۱\ m^3} = ۱۰^{۳}\ kg/m^3$ این هم چگالی آب است.

مثال **در ظرفی ۲۷۲ گرم جیوه وجود دارد. اگر جیوه را خالی کنیم و به جای آن آب بریزیم، جرم آب چند کیلوگرم خواهد شد؟**
($\rho_{\text{آب}} = ۱\ g/cm^3$, $\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶\ g/cm^3$)

جواب ابتدا حجم ظرف را به دست می‌آوریم:

حجم ظرف: $V = \frac{m}{\rho} = \frac{۲۷۲\ g}{۱۳/۶\ \frac{g}{cm^3}} = ۲۰\ cm^3$

حالا داخل این حجم را آب ریخته و جرم آن را حساب می‌کنیم:

جرم آب: $m = \rho_{\text{آب}} V = ۱\frac{g}{cm^3}\times ۲۰\ cm^3 = ۲۰\ g = ۲/۰\times۱۰^{-۲}\ kg$

۱- البته در این سؤال از اثر ناچیز نیروی شناوری صرف‌نظر شده است، یعنی به نحوی مسئله را آرمانی در نظر گرفته و مدل‌سازی کرده‌ایم *(همون مدل‌سازی فورمون)*.

مثال و جواب

مثال **۱۰ liter آب چند گرم بیشتر از ۱۰ liter بنزین جرم دارد؟ ($\rho_{آب} = 1\ g/cm^3$, $\rho_{بنزین} = 680\ kg/m^3$)**

جواب باید جرم ۱۰ liter آب و ۱۰ liter بنزین را حساب کرده و با هم مقایسه کنیم. در هر مورد ابتدا تبدیل واحدهای لازم را انجام می‌دهیم.

$$\rho_{آب} = 1\frac{g}{cm^3} \times \frac{10^3\ cm^3}{1\ liter} = 10^3\ g/liter \qquad m_{آب} = \rho_{آب} V = 10^3\frac{g}{liter} \times 10\ liter = 10^4\ g$$

$$\rho_{بنزین} = 680\frac{kg}{m^3} \times \frac{10^3\ g}{1\ kg} \times \frac{1\ m^3}{10^3\ liter} = 680\ g/liter \qquad m_{بنزین} = \rho_{بنزین} V = 680\frac{g}{liter} \times 10\ liter = 6800\ g$$

$$m_{آب} - m_{بنزین} = 10000\ g - 6800\ g = 3200\ g$$

محاسبه‌ی چگالی

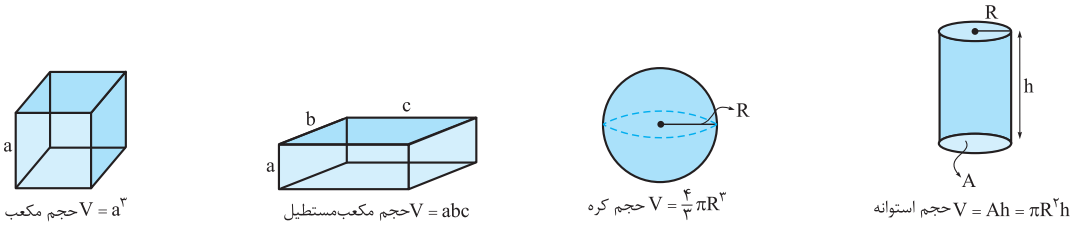
برای محاسبه‌ی چگالی یک جسم باید دو چیز را تعیین کرد:

۱) جرم جسم (m) ۲) حجم جسم (V)

تعیین جرم: جرم جسم را با استفاده از ترازو اندازه می‌گیریم.

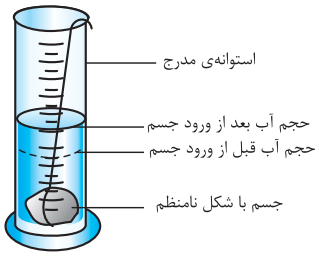
تعیین حجم: برای تعیین حجم یک جسم دو حالت ممکن است رخ دهد:

۱) حجم اجسامی که شکل هندسی ساده دارند به کمک روابط تعیین حجم در هندسه به دست می‌آید. چند نمونه از این اجسام و رابطه‌ی محاسبه‌ی حجم هر یک را در شکل‌های زیر می‌بینید:



حجم مکعب $V = a^3$ — حجم مکعب‌مستطیل $V = abc$ — حجم کره $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ — حجم استوانه $V = Ah = \pi R^2 h$

۲) برای محاسبه‌ی حجم جسمی که شکل هندسی ساده ندارد، آن را داخل یک استوانه‌ی مدرج حاوی آب می‌اندازیم به گونه‌ای که تمام حجم آن زیر آب قرار گیرد. تغییر ارتفاع آب در استوانه‌ی مدرج، برابر با حجم جسم است.



مثال و جواب

مثال **فلز اُسمیوم از چگال‌ترین عناصر یافت‌شده روی زمین است. قطعه‌ای از این فلز به اندازه‌ی تقریبی یک توپ والیبال به شعاع ۱۰ cm، چند کیلوگرم است؟ ($\rho_{اسمیوم} = 22/5 \times 10^3\ kg/m^3$, $\pi \simeq 3$)**

جواب حجم توپ را حساب می‌کنیم:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (10 \times 10^{-2}\ m)^3 = 4 \times 10^{-3}\ m^3$$

$$m = \rho V = (22/5 \times 10^3)\frac{kg}{m^3} \times (4 \times 10^{-3})m^3 = 90\ kg$$

توپی به ابعاد تقریبی توپ والیبال اگر از فلز اسمیوم ساخته شده باشد، ۹۰ kg جرم دارد. جرم توپ والیبال واقعی کم‌تر از ۳۰۰ g است.

محاسبه‌ی چگالی اجسام حفره‌دار

در انواعی از مسائل چگالی با اجسامی روبه‌رو هستیم که دارای حفره هستند؛ یعنی تمام یا قسمتی از جسم موردنظر، توخالی است. در این مسائل می‌توان حجم حفره را از تفاوت حجم ظاهری و حجم واقعی جسم به دست آورد:

حجم واقعی − حجم ظاهری = حجم حفره (فضای خالی)

حجم ظاهری، حجم جسم با توجه به ابعادش و با در نظر گرفتن حجم حفره است.

حجم واقعی، حجم ماده‌ی به کار رفته در جسم است. این حجم را می‌توان با استفاده از جرم و چگالی جسم تعیین کرد: $V = \frac{m}{\rho}$:حجم واقعی

مثال و جواب

مثال یک مجسمه‌ی فلزی ۴۰ kg جرم و ۰/۰۶۰ m^3 حجم دارد. چگالی فلز به کار رفته در مجسمه ۸۰۰۰ kg/m^3 است. حجم فضای خالی درون مجسمه را حساب کنید.

جواب

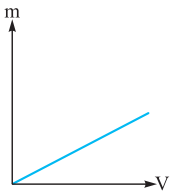
$$\text{حجم ظاهری} = ۰/۰۶۰\ m^3$$

$$\text{حجم واقعی} = \frac{m}{\rho} = \frac{۴۰}{۸۰۰۰} = ۰/۰۰۵\ m^3$$

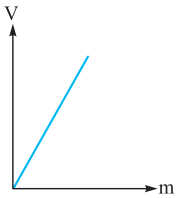
$$\text{حجم فضای خالی} = \text{حجم ظاهری} - \text{حجم واقعی} = ۰/۰۶۰\ m^3 - ۰/۰۰۵\ m^3 = ۰/۰۵۵\ m^3$$

محاسبه‌ی چگالی از روی نمودار

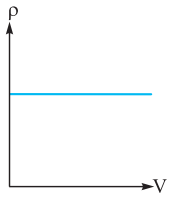
در مسائل مختلف ممکن است با هر یک از نمودارهای زیر روبه‌رو شویم. این نمودارها در دمای ثابت رسم می‌شوند و اطلاعات لازم برای حل سؤال را در اختیار ما قرار می‌دهند.



در نمودار $m - V$،
شیب خط نشان‌دهنده‌ی چگالی ماده است.



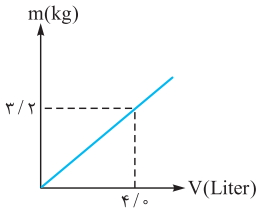
در نمودار $V - m$،
شیب خط واروِن چگالی ماده را نشان می‌دهد.



در نمودار $\rho - V$،
مساحت زیر نمودار، نشان‌دهنده‌ی جرم ماده است.

مثال و جواب

مثال نمودار تغییرات جرم برحسب حجم $(m - V)$ ماده‌ای در دمای ثابت به صورت مقابل است. چگالی این ماده را در SI به دست آورید.



جواب شیب این خط برابر با چگالی جسم است. ابتدا چگالی را برحسب kg / liter به دست آورده و بعد به واحد kg/m^3 تبدیل می‌کنیم.

$$\rho = ۰/۸\ \frac{kg}{liter} \times \frac{۱۰^3\ liter}{۱\ m^3} = ۸۰۰\ kg/m^3$$

$$\rho = \frac{(۳/۲ - ۰)\ kg}{(۴/۰ - ۰)\ liter} = \frac{۳/۲\ kg}{۴/۰\ liter} = ۰/۸\ kg/liter$$

چگالی آلیاژ (مخلوط)

اگر دو یا چند ماده با هم مخلوط شوند و حجم هر کدام از آن‌ها بر اثر مخلوط‌شدن تغییر نکند، داریم:

$$\text{چگالی آلیاژ (مخلوط)} = \frac{\text{جرم کل}}{\text{حجم کل}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲ + \cdots}{V_۱ + V_۲ + \cdots}$$

مثال و جواب

مثال ۹۰۰ گرم آب و ۸۰۰ گرم الکل را با هم مخلوط می‌کنیم. اگر تغییر حجمی رخ ندهد، چگالی محلول چه‌قدر است؟ $(\rho_{\text{آب}} = ۱\ g/cm^3\ ,\ \rho_{\text{الکل}} = ۰/۸\ g/cm^3)$

جواب در این سؤال جرم آب و الکل داده شده و برای محاسبه‌ی حجم باید از $\frac{m}{\rho}$ استفاده کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{\frac{m_۱}{\rho_۱} + \frac{m_۲}{\rho_۲}} = \frac{۹۰۰\ g + ۸۰۰\ g}{\frac{۹۰۰\ g}{۱\ \frac{g}{cm^3}} + \frac{۸۰۰\ g}{۰/۸\ \frac{g}{cm^3}}} = \frac{۱۷۰۰\ g}{۱۹۰۰\ cm^3} = ۰/۸۹\ g/cm^3$$

کاربردهای چگالی

چگالی یکی از مفاهیم پرکاربرد در فیزیک است. در این‌جا با چند نمونه از کاربردهای آن آشنا می‌شویم:

نمونه ۱ استاندارد شیر. طبق دستورالعمل مؤسسه‌ی استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، چگالی شیر خام تحویلی در کارخانه‌های شیر و لبنیات باید در دمای ۱۵ °C بین ۱۰۲۹ kg/m^3 تا ۱۰۳۲ kg/m^3 باشد.

نمونه۲ طراحی کشتی. اجسامی می‌توانند روی آب شناور بمانند که چگالی آن‌ها از چگالی آب کم‌تر باشد. یک کشتی به این دلیل روی آب شناور می‌ماند که چگالی کل کشتی (با احتساب فضاهای خالی) از چگالی آب کم‌تر است.

وقتی شناورماندن کشتی را با زیر آب رفتن یک گیره‌ی فلزی کاغذ مقایسه می‌کنیم، متوجه می‌شویم که شناورماندن روی آب ربطی به سنگینی یا سبکی اجسام ندارد و فقط به چگالی آن‌ها مربوط است.

نمونه۳ انتخاب خاموش‌کننده‌ی مناسب برای آتش. وقتی دو مایع مخلوط‌نشدنی در یک ظرف ریخته شوند، مایعی که چگالی کم‌تری دارد، بالاتر قرار می‌گیرد. چگالی آب از بنزین بیشتر است؛ بنابراین اگر بنزین شعله‌ور شود و روی آن آب بریزیم، آب در زیر بنزین قرار خواهد گرفت و شعله را خاموش نمی‌کند. برای خاموش‌کردن بنزین شعله‌ور از گاز کربن دی‌اکسید استفاده می‌شود که چگالی کم‌تری نسبت به بنزین دارد.

نمونه۴ سنجش تراکم استخوان. یکی از بیماری‌های شایع دوران پیری، پوکی استخوان یا همان کاهش چگالی استخوان است. چگالی‌سنجی استخوان روشی است که با استفاده از آن می‌توان میزان سختی استخوان‌های بدن را تعیین کرد.

نمونه۵ تشخیص تعداد گلبول‌های قرمز خون. چگالی خون در بدن یک فرد سالم در حدود $۱۰۵۰\ kg/m^3$ است. اگر تعداد گلبول‌های قرمز خون بیشتر از حد طبیعی باشد، چگالی خون زیاد می‌شود. کم‌شدن تعداد گلبول‌ها هم باعث کاهش چگالی خون می‌شود. با اندازه‌گیری چگالی خون می‌توان تعداد تقریبی گلبول‌های قرمز را تعیین کرد.

مثال و جواب

مثال **چگالی خون برای یک فرد سالم در محدوده‌ی $۱/۰۴\ g/cm^3$ تا $۱/۰۶\ g/cm^3$ قابل‌قبول است. در آزمایشگاه به اندازه‌ی $۶\ cm^3$ از شخصی خون گرفته می‌شود. اگر جرم خون گرفته‌شده $۶/۱۲\ g$ باشد، شخص سالم است یا خیر؟**

جواب چگالی خون شخص: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{۶/۱۲\ g}{۶\ cm^3} = ۱/۰۲\ g/cm^3$

بنابراین این شخص سالم نیست و دچار کمبود گلبول‌های قرمز خون است.

تمرین

۳۹- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف) چگالی مایعات، همیشه از چگالی جامدات کم‌تر است.

ب) یک چوب‌کبریت روی آب استخر شناور می‌ماند، زیرا جرم آن از جرم آب استخر کم‌تر است.

پ) در دمای ثابت، چگالی آب درون یک لیوان و چگالی آب استخر با هم برابر است.

ت) چگالی آلیاژ از چگالی هر کدام از مواد مخلوط‌شده بیشتر است.

۴۰- چگالی یک نوشابه‌ی گازدار وقتی که هنوز بطری آن باز نشده بیشتر است یا هنگامی که آن را داخل لیوان ریخته‌ایم؟

۴۱- در زمان ارشمیدس، پادشاه مقداری طلای خالص به طلاسازی می‌دهد تا یک تاج طلایی زیبا برایش ساخته شود. وقتی طلاساز تاج را به پادشاه می‌دهد، پادشاه شک می‌کند که آیا تاج جدیدش از طلای خالص ساخته شده یا ناخالصی مس دارد. پادشاه از ارشمیدس برای حل این مشکل کمک می‌خواهد و او این مسئله را حل می‌کند. به نظر شما راه حل ارشمیدس چه بوده است؟

۴۲- چگالی ستاره‌های کوتوله‌ی سفید در SI حدود ۱۰۰ میلیون است. جرم مقداری از این ستاره به اندازه‌ی تقریبی یک حبه‌قند چند کیلوگرم است؟

۴۳- اگر مقداری یخ را به‌طور کامل ذوب کنیم، حجم آن $۱۰\ cm^3$ تغییر می‌کند. جرم یخ ذوب‌شده چه‌قدر است؟ ($\rho_{یخ} = ۹۰۰\ kg/m^3$, $\rho_{آب} = ۱۰۰۰\ kg/m^3$)

۴۴- یک قطعه فلز با چگالی $۴/۰\ g/cm^3$ را درون ظرفی لبریز از روغن می‌اندازیم. اگر $۷۲\ g$ روغن از ظرف سرریز شود، جرم قطعه فلز چند گرم است؟ ($\rho_{روغن} = ۰/۸\ g/cm^3$)

۴۵- جرم یک ورقه‌ی مسی $۲۱/۶\ g$ و مساحت آن $۲۰\ cm^2$ است. ضخامت ورقه را به دست آورید. ($\rho_{مس} = ۹\ g/cm^3$)

۴۶- قطر یک گوی فلزی نصف قطر یک گوی چوبی است. اگر جرم آن ۴ برابر جرم گوی چوبی باشد، چگالی فلز چند برابر چگالی چوب است؟

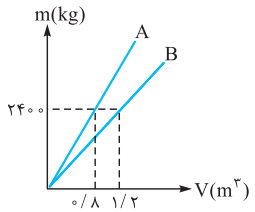
۴۷- الف) مکعبی آلومینیمی داریم که $۲۱/۶\ g$ جرم دارد. طول ضلع این مکعب را به دست آورید.

ب) مکعب بالا را ذوب کرده و از آن یک حجم کروی می‌سازیم. شعاع این کره را به دست آورید. ($\pi = ۳$, $\rho_{آلومینیم} = ۲/۷ \times ۱۰^3\ kg/m^3$)

۴۸- یک کره‌ی نقره‌ای به‌قطر $۱۰\ cm$ و جرم $۳۱۵۰\ g$ در اختیار داریم. حجم حفره‌ای که درون این کره وجود دارد را به‌دست آورید. ($\pi \simeq ۳$, $\rho_{نقره} = ۱۰۵۰۰\ kg/m^3$)

۴۹- $۵۰۰\ cm^3$ آب را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $۱/۲\ g/cm^3$ مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط $۱/۱\ g/cm^3$ شود؟ ($\rho_{آب} = ۱\ g/cm^3$)

۵۰- در دمای ثابت، نمودار تغییرات جرم برحسب حجم $(m - V)$ دو ماده‌ی A و B به صورت روبه‌رو است.



الف) اگر جرم‌های مساوی از آن‌ها را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چه‌قدر خواهد شد؟

ب) اگر حجم‌های مساوی از آن‌ها را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چه‌قدر خواهد شد؟

۳۶- **گام اول** محیط زمین را حساب می‌کنیم:

$d_1 = 2\pi r = (2\pi)(6400\times10^3\ m) \sim 10^7\ m$:محیط زمین

جمعیت کره‌ی زمین $= 7\times10^9$ نفر $\sim 10^{10}$ نفر

گام دوم حالا باید طول قد میانگین انسان‌ها (کودک و بالغ) را برآورد کنیم. ما این مقدار را برابر با $1/5\ m$ در نظر می‌گیریم:

$h = 1/5\ m \sim 10^0\ m$:طول قد میانگین انسان‌ها

$d_2 \sim 10^{10}\times10^0\ m \sim 10^{10}\ m$:طول زنجیره‌ی انسانی

$\frac{d_2}{d_1} \sim \frac{10^{10}\ m}{10^7\ m} \sim 10^3$:تعداد دورهای دور محیط زمین

راستی چه‌قدر خوب می‌شد اگر همه‌ی انسان‌ها دست همو می‌گرفتن...

۳۷- در این سؤال نیز داده‌هایی را در اختیار نداریم که باید تخمین بزنیم. داده‌های مورد نیاز عبارت‌اند از: طول یک پله‌ی معمولی که ما آن را $\frac{1}{3}\ m$ برآورد می‌کنیم، هر ۳ پله، شما را تقریباً یک متر بالا می‌برد. سرعت یک انسان معمولی در طی‌کردن پله‌ها که آن را هم دو پله در یک ثانیه تخمین می‌زنیم.

حال با استفاده از این برآوردها به تخمین مرتبه‌ی بزرگی خواسته‌شده در مسئله می‌پردازیم:

$(0/5\ \frac{s}{\text{پله}})(10^9\ \text{پله}) \sim 10^9 s$:زمان طی‌کردن پله‌ها

$(3\ \frac{\text{پله}}{m})(3/8\times10^8\ m) \sim 10^9$ پله :تعداد پله‌ها تا ماه

در قسمت توصیه‌هایی برای بهتر تخمین زدن گفتیم که $10^9\ s$ نزدیک ۳۲ سال است.

۳۸- یک بار دیگر به جواب تمرین ۲۲ نگاه کنید. به قیمت امروز، هر کیلوگرم طلا $9/712\times10^7$ تومان (حدود ۱۰۰ میلیون تومان) قیمت دارد. حالا می‌توانیم جرم طلایی که ادعا می‌شود سرقت شده را حساب کنیم: تومان $10^{12} \sim$ قیمت ادعایی طلاها

تومان $10^8 \sim 9/712\times10^7 =$ قیمت هر کیلوگرم طلا

$\Rightarrow$ جرم طلاها $\sim \frac{10^{12}}{10^8} \sim 10^4\ kg$

یعنی آن خلافکار ادعا کرده که به تنهایی حدود ۱۰ تن طلا را با یک چمدان دزدیده است! *نتیجه‌ی اخلاقی: خلافکارها دروغ می‌گویند!*

۳۹- الف) نادرست ب) نادرست

پ) درست ت) نادرست

۴۰- وقتی نوشابه داخل بطری بازنشده قرار دارد، مقدار زیادی گاز در آن محلول است. چگالی گاز به مقدار قابل توجهی از چگالی مایع کم‌تر است و وقتی در مایع حل می‌شود، چگالی مخلوط کاهش می‌یابد. با ریختن نوشابه داخل لیوان گاز زیادی از نوشابه خارج شده و چگالی آن افزایش می‌یابد.

۴۱- ارشمیدس یک قطعه طلای خالص که دقیقاً هم‌وزن تاج پادشاه بود، برداشت و آن را داخل یک ظرف پر از آب گذاشت. مقدار آبی که از ظرف بیرون ریخت برابر با حجم آن مقدار طلای خالص بود. او به این ترتیب توانست چگالی طلا را محاسبه کند.

سپس تاج پادشاه را داخل ظرف پر از آب قرار داد و آب بیرون‌ریخته را اندازه گرفت. چون چگالی مس از طلا کم‌تر است، اگر تاج ناخالصی مس داشته باشد، آب بیرون‌ریخته (حجم تاج) از دفعه‌ی قبلی بیشتر است و چگالی تاج که ساخته از آلیاژ طلا و مس بود از چگالی طلای خالص کم‌تر می‌شود. او به این صورت توانست متقلب‌بودن طلاساز را اثبات کند.

۴۲- چگالی در SI برحسب کیلوگرم بر متر مکعب بیان می‌شود، پس:

$\rho_{\text{کوتوله‌ی سفید}} = 100\times10^6\ kg/m^3 = 10^8\ kg/m^3$

حالا باید ابعاد یک حبه‌قند را برآورد کنیم. یک حبه‌قند حجمی در حدود $1\ cm^3$ دارد.

$m = \rho V = 10^8\ \frac{kg}{m^3}\times 1\ cm^3 \times \frac{1\ m^3}{10^6\ cm^3} = 10^2\ kg$

یک حبه‌قند از ستاره‌های کوتوله‌ی سفید حدود ۱۰۰ کیلوگرم جرم دارد!

۴۳- جرم یخ تغییری نمی‌کند. بنابراین جرم قبل از ذوب (یخ) و بعد از ذوب (آب) را برابر قرار می‌دهیم: $m_1 = m_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$

حجم ثانویه $10\ cm^3$ کم‌تر از حجم اولیه است، زیرا یخ وقتی ذوب می‌شود حجمش کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$\rho_1 V_1 = \rho_2 (V_1 - 10\ cm^3)$

$\Rightarrow (900\ \frac{kg}{m^3}) \times V_1 = (1000\ \frac{kg}{m^3})(V_1 - 10^{-5}\ m^3)$

$\Rightarrow 900 V_1 = 1000 V_1 - 10^{-2}\ kg$

$\Rightarrow 10^{-2}\ kg = (1000-900) V_1 = (100\ \frac{kg}{m^3}) V_1$

$\Rightarrow V_1 = \frac{10^{-2}\ kg}{100\ \frac{kg}{m^3}} = 10^{-4}\ m^3$

حال می‌توان جرم یخ ذوب‌شده را حساب کرد:

$m_1 = \rho_1 V_1 \Rightarrow m_1 = (900\ \frac{kg}{m^3}) \times (10^{-4}\ m^3) = 0/09\ kg$

۴۴- چگالی فلز را داریم و برای محاسبه‌ی جرم آن باید حجمش را به دست آوریم. حجم فلز دقیقاً برابر با حجم روغنی است که از ظرف بیرون می‌ریزد.

$V = \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}} \Rightarrow V = \frac{72\ g}{0/8\ \frac{g}{cm^3}} = 90\ cm^3$

جرم فلز: $m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}} V \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 4/0\ \frac{g}{cm^3} \times 90\ cm^3 = 360\ g$

۴۵- با استفاده از جرم و چگالی داده‌شده، حجم ورقه‌ی مسی را تعیین می‌کنیم:

$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{21/6\ g}{9\ \frac{g}{cm^3}} = 2/4\ cm^3$

حالا با استفاده از حجم به دست آمده و مساحت داده‌شده، ضخامت را به دست می‌آوریم:

$$V = Ad \Rightarrow d = \frac{V}{A} = \frac{۲/۴\ cm^۳}{۲۰\ cm^۲} = ۰/۱۲\ cm = ۱/۲\ mm$$

۴۶- برای مقایسه‌ی چگالی دو جسم می‌نویسیم:

$$\frac{\rho_۱}{\rho_۲} = \frac{\frac{m_۱}{V_۱}}{\frac{m_۲}{V_۲}} \Rightarrow \frac{\rho_۱}{\rho_۲} = \frac{m_۱}{m_۲} \times \frac{V_۲}{V_۱}$$

نسبت جرم‌ها داده شده و کافی است نسبت حجم‌ها را به دست آوریم:

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{\frac{۴}{۳}\pi r_۲^۳}{\frac{۴}{۳}\pi r_۱^۳} = (\frac{r_۲}{r_۱})^۳ \xrightarrow{\frac{r_۲}{r_۱}=۲} \frac{V_۲}{V_۱} = (\frac{r_۲}{r_۱})^۳ = ۲^۳ = ۸$$

حالا می‌توانیم نسبت چگالی‌ها را به دست آوریم:

$$\frac{\rho_۱}{\rho_۲} = \frac{\rho_{فلز}}{\rho_{چوب}} = \frac{m_۱}{m_۲} \times \frac{V_۲}{V_۱} = ۴ \times ۸ = ۳۲$$

۴۷- الف) با توجه به جرم و چگالی داده‌شده، حجم مکعب را به دست آورده و با استفاده از آن، طول ضلع را تعیین می‌کنیم:

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{مکعب} = \frac{۲۱/۶ \times ۱۰^{-۳}\ kg}{۲/۷ \times ۱۰^۳\ \frac{kg}{m^۳}} = ۸ \times ۱۰^{-۶}\ m^۳$$

از طرفی می‌دانیم: $V_{مکعب} = (\text{طول ضلع})^۳ \Rightarrow V = a^۳$

$$\Rightarrow ۸ \times ۱۰^{-۶}\ m^۳ = a^۳ \Rightarrow a = ۲ \times ۱۰^{-۲}\ m = ۲\ cm$$

ب) حجم کره‌ی ساخته‌شده دقیقاً برابر با حجم مکعب اولیه است.

$$V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \Rightarrow ۸ \times ۱۰^{-۶} m^۳ = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times r^۳$$

$$\Rightarrow r^۳ = ۲ \times ۱۰^{-۶} m^۳ \Rightarrow r = ۲^{\frac{۱}{۳}} \times ۱۰^{-۲}\ m = \sqrt[۳]{۲}\ cm$$

۴۸- برای پیداکردن حجم حفره، ابتدا حجم ظاهری و حجم واقعی کره را به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم ظاهری: } V_{ظاهری} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times (۵\ cm)^۳$$

$$\Rightarrow V_{ظاهری} = ۵۰۰\ cm^۳$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{حجم واقعی: } V_{واقعی} = \frac{m}{\rho} \\ \rho_{نقره} = ۱۰۵۰۰ \frac{\cancel{kg}}{\cancel{m^۳}} \times \frac{۱۰^۳ g}{۱\ \cancel{kg}} \times \frac{۱\ \cancel{m^۳}}{۱۰^۶\ cm^۳} = ۱۰/۵\ g/cm^۳ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow V_{واقعی} = \frac{۳۱۵۰\ g}{۱۰/۵\ \frac{g}{cm^۳}} = ۳۰۰\ cm^۳$$

$$\text{حجم نقره} = V_{ظاهری} - V_{واقعی} = ۵۰۰ - ۳۰۰ = ۲۰۰\ cm^۳$$

۴۹- در این سؤال صحبتی از جرم نشده و در عوض چگالی همه‌ی مواد داده شده است؛ بنابراین در رابطه‌ی چگالی مخلوط، به جای m از ρV استفاده می‌کنیم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{\rho_۱ V_۱ + \rho_۲ V_۲}{V_۱ + V_۲}$$

$$\Rightarrow ۱/۱\ \frac{g}{cm^۳} = \frac{(۱\ \frac{g}{cm^۳})(۵۰۰\ cm^۳) + (۱/۲\ \frac{g}{cm^۳})V_۲}{(۵۰۰\ cm^۳) + V_۲}$$

$$\Rightarrow (۵۵۰\ g) + (۱/۱\ \frac{g}{cm^۳})V_۲ = (۵۰۰\ g) + (۱/۲\ \frac{g}{cm^۳})V_۲$$

$$\Rightarrow ۵۰\ g = (۰/۱\ \frac{g}{cm^۳})V_۲ \Rightarrow V_۲ = \frac{۵۰\ g}{۰/۱\ \frac{g}{cm^۳}} = ۵۰۰\ cm^۳$$

۵۰- ابتدا با استفاده از نمودار داده‌شده، چگالی دو ماده را تعیین می‌کنیم:

$$\rho_A = \frac{۲۴۰۰\ kg}{۰/۸\ m^۳} = ۳۰۰۰\ kg/m^۳$$

$$\rho_B = \frac{۲۴۰۰\ kg}{۱/۲\ m^۳} = ۲۰۰۰\ kg/m^۳$$

الف) چون چگالی‌ها را داریم، در رابطه‌ی چگالی مخلوط، به جای V از $\frac{m}{\rho}$ استفاده می‌کنیم. رابطه را برای وقتی که دو جرم مساوی m را مخلوط کرده باشیم، می‌نویسیم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m + m}{\frac{m}{\rho_A} + \frac{m}{\rho_B}} = \frac{۲m}{\frac{m}{۳۰۰۰\ \frac{kg}{m^۳}} + \frac{m}{۲۰۰۰\ \frac{kg}{m^۳}}}$$

$$= \frac{(۲m)\ kg}{\frac{(۵m)\ kg}{(۶۰۰۰)\ \frac{kg}{m^۳}}} = ۲۴۰۰\ kg/m^۳$$

ب) حجم مساوی را V می‌گیریم و در رابطه‌ی مخلوط، به جای m از ρV استفاده می‌کنیم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_A V + \rho_B V}{V + V} = \frac{(\rho_A + \rho_B)\cancel{V}}{۲\cancel{V}}$$

$$= \frac{۳۰۰۰\ \frac{kg}{m^۳} + ۲۰۰۰\ \frac{kg}{m^۳}}{۲} = ۲۵۰۰\ kg/m^۳$$

۲۳- کلمه‌ی مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.

الف) فشار با نیروی عمودی وارد بر سطح رابطه‌ی (مستقیم ـ عکس) دارد.

ب) اگر سطح تماس بین دو جسم (کاهش ـ افزایش) یابد، فشار کاهش می‌یابد.

۲۴- چرا پاشنه‌ی نوک‌تیز کفش به کف چوبی اتاق آسیب می‌رساند؟

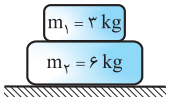
۲۵- چرا سوزن شکسته به سختی در پارچه فرو می‌رود؟

۲۶- چرا لبه‌ی تیز چاقو به آسانی می‌بُرد ولی لبه‌ی کند آن خیر؟

۲۷- جسمی به سطح زمین نیرویی به اندازه‌ی ۱۰ kN به طور عمودی وارد می‌کند. اگر سطح تماس این جسم با زمین ۲۰ m^2 باشد، فشار وارد بر سطح زمین چه‌قدر است؟

۲۸- جرم یک دستگاه خودرو بنز مدل C300 حدود ۱۵۰۰ kg است. اگر فشاری که هر یک از تایرها بر سطح زمین وارد می‌کند برابر ۳۷۵ kPa باشد، اندازه‌ی سطح تماس هر تایر چند سانتی‌متر مربع است؟ (سطح تماس تایرها با زمین را یکسان و شتاب گرانش را ۱۰ m/s^2 فرض کنید.)

۲۹- اگر مساحت کف جسم m_2، ۱۰۰ cm^2 باشد، برای شکل مقابل موارد زیر را به دست آورید. ($g = 10\ m/s^2$)



الف) فشار کل وارد بر سطح زمین

ب) فشار حاصل از جسم ۳ کیلوگرمی

۳۰- فشاری که در هنگام ایستادن بر روی سطح زمین ایجاد می‌کنید، حدوداً چند پاسکال است؟

فشار در شاره

اگر به استخر رفته باشید، حتماً واردشدن فشار آب به گوش‌هایتان را تجربه کرده‌اید. فشاری که آب به شما وارد می‌کند، ناشی از نیروی عمودی‌ای است که هر شاره‌ی ساکن (*چه مایع باشه چه گاز*) به هر سطحی که با آن در تماس است، وارد می‌کند. این نیروی عمودی به خاطر برخورد مولکول‌های در حال حرکت شاره با سطح جسمِ در تماس با شاره است.

محاسبه‌ی فشار در شاره

برای محاسبه‌ی فشار در هر نقطه‌ی دلخواه درون یک شاره‌ی ساکن با چگالی یکنواختِ ρ، از رابطه‌ی مقابل استفاده می‌کنیم: $P_2 = P_1 + \rho gh$ که P_1 فشار در سطح (۱) و P_2 فشار در سطح (۲) است. در این رابطه g شتاب گرانشی و h اختلاف عمق سطح (۱) و سطح (۲) است.

اثبات

۱ بخشی از شاره را به ارتفاع h که مانند شکل روبه‌رو بین دو سطح فرضی به مساحت A قرار دارد، در نظر می‌گیریم.

۲ با توجه به این‌که به هر سطح در شاره نیرویی به اندازه‌ی $F_\perp = PA$ به طور عمودی وارد می‌شود، مطابق قسمت (ب) شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر این بخش را رسم می‌کنیم.

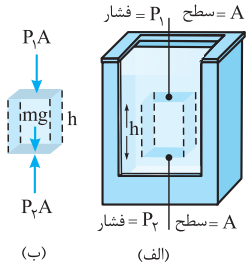
۳ چون شاره در حال تعادل است، نیروها متوازن‌اند و برایند آن‌ها صفر است؛ بنابراین در راستای قائم داریم:

$$P_2A = P_1A + mg$$

۴ چون $m = \rho V = \rho Ah$ است، رابطه‌ی بالا به صورت زیر می‌شود:

$$P_2A = P_1A + \rho Ahg \Rightarrow P_2A = (P_1 + \rho gh)A \Rightarrow P_2 = P_1 + \underbrace{\rho gh}_{\text{اختلاف فشار سطح ۲ با فشار سطح ۱ ناشی از فشار شاره}}$$

(P_2: فشار در سطح ۲، P_1: فشار در سطح ۱)



نتیجه اختلاف فشار دو نقطه از یک مایع که اختلاف عمق آن‌ها برابر h است، مساوی فشار حاصل از شاره‌ای به ارتفاع h است و از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$P_2 - P_1 = \rho gh$$

نتیجه هر چه در یک شاره به عمق بیشتری برویم، فشار بیشتر می‌شود.

نتیجه همان‌طور که از رابطه‌ی بالا مشخص است، فشار ناشی از شاره، تنها به چگالی، شتاب گرانشی و ارتفاع آن بخش از شاره که موردنظر است، بستگی دارد و به مساحت سطح مقطع آن وابسته نیست.

مثال و جواب

مثال نقطه‌ی A درون یک استخر پر از آب از نقطه‌ی B به اندازه‌ی ۴ m پایین‌تر است. اگر فشار نقطه‌ی A برابر ۱۶۰۰۰۰ Pa باشد، فشار در نقطه‌ی B چند پاسکال است؟ ($\rho_{آب} = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$)

جواب با توجه به این‌که عمق نقطه‌ی A بیشتر از عمق نقطه‌ی B است، داریم:

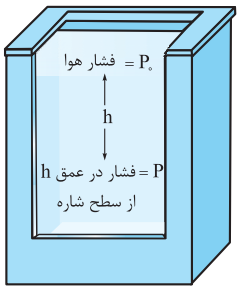
$$P_A = P_B + \rho gh \Rightarrow P_A - \rho gh = P_B \Rightarrow P_B = ۱۶۰۰۰۰ Pa - ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳} \times ۱۰ \frac{m}{s^۲} \times ۴ m = ۱۶۰۰۰۰ Pa - ۴۰۰۰۰ Pa = ۱۲۰۰۰۰ Pa$$

مثال فشار ناشی از مایع در عمق ۶۰ cm از سطح آزاد الکل چند پاسکال است؟ ($\rho_{الکل} = ۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$)

جواب با توجه به رابطه‌ی ρgh به راحتی مقدار فشار حاصل از مایع را به دست می‌آوریم:

$$\text{فشار حاصل از مایع} : P = \rho gh = ۸۰۰ \frac{kg}{m^۳} \times ۱۰ \frac{m}{s^۲} \times \frac{۶۰}{۱۰۰} m = ۴۸۰۰ Pa$$

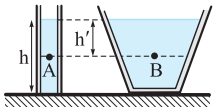
فشار کل در عمق h از سطح آزاد مایع



معمولاً رابطه‌ی $P_۲ = P_۱ + \rho gh$ را برحسب عمق از سطح مایع بیان می‌کنیم. برای این کار مطابق شکل روبه‌رو نقطه‌ی ۱ را در سطح شاره در نظر می‌گیریم. در این حالت فشار نقطه‌ی ۱ برابر فشار هوا می‌شود؛ بنابراین $P_۱ = P_۰$ است. از طرفی می‌توانیم نقطه‌ی ۲ را هر جایی درون شاره در نظر بگیریم و فشار در این نقطه را با P نشان دهیم. در این صورت داریم:

$$P_۲ = \rho gh + P_۱ \xrightarrow[P_۲ = P]{P_۱ = P_۰} P = \rho gh + P_۰$$

در ادامه می‌بینید که فشار هوا ($P_۰$) در سطح دریاهای آزاد، حدود $۱/۰۱۳ \times ۱۰^۵$ Pa است که به این مقدار **یک اتمسفر (۱ atm)** نیز می‌گوییم[۱].



فشار در مایع به شکل ظرفی که مایع در آن قرار دارد، بستگی ندارد و فقط به عمق از سطح مایع بستگی دارد. مثلاً فشار در دو نقطه‌ی A و B در شکل زیر مساوی است، با این‌که شکل ظرف‌ها متفاوت است و حجم آب بالای نقطه‌ی B بیشتر است.

مثال و جواب

مثال اگر فشار هوا $۱۰^۵$ پاسکال باشد، فشار کل در عمق ۲ متری آب یک استخر چند کیلوپاسکال است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ و چگالی آب = $۱ \frac{g}{cm^۳}$)

جواب کافیست، مقادیر داده‌شده را در رابطه‌ی $P = \rho gh + P_۰$ قرار دهید تا فشار در عمق ۲ متری را به دست آورید. فقط باید به این نکته توجه کنید که چگالی برحسب $\frac{g}{cm^۳}$ داده شده است و باید آن را برحسب $\frac{kg}{cm^۳}$ در رابطه قرار دهید:

$$\rho_{آب} = ۱ \frac{g}{cm^۳} = ۱۰۰۰ \frac{kg}{cm^۳}$$

بنابراین داریم:

$$P = \rho_{آب} gh + P_۰ = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۲ + ۱۰^۵ = ۱۲۰۰۰۰ Pa = ۱۲۰ kPa$$

مثال جیمز کامرون کارگردان مشهور کانادایی در سال ۲۰۱۲ از عمیق‌ترین نقطه‌ی اقیانوس‌ها برای مستند Deepsee Challenge به طور سه‌بعدی فیلم‌برداری کرد. عمق این نقطه که به گودال چلنجر معروف است، از سطح دریا ۱۰۹۹۴ m است. فشار در این عمق برحسب پاسکال چه‌قدر است؟ این فشار چند برابر فشار هوا است؟ ($P_۰ = ۱/۰۱۳ \times ۱۰^۵$ Pa و چگالی آب به طور میانگین $۱ \frac{g}{cm^۳}$ است.)

جواب کافی است از رابطه‌ی $P = \rho gh + P_۰$ استفاده کنیم:

$$P = \rho gh + P_۰ = (۱ \times ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}) \times (۱۰ \frac{m}{s^۲}) \times (۱۰۹۹۴ m) + ۱/۰۱۳ \times ۱۰^۵ Pa \Rightarrow P \simeq ۱/۱ \times ۱۰^۸ Pa$$

همان‌طور که می‌بینید فشار در آن نقطه بسیار زیاد است. برای این‌که هم خیلی زیاد بودن این فشار را بیشتر درک کنید و هم پاسخ قسمت دوم مسئله را بدهیم، این مقدار را تقسیم بر فشار هوا می‌کنیم:

$$\frac{P}{P_۰} = \frac{۱/۱ \times ۱۰^۸ Pa}{۱/۰۱۳ \times ۱۰^۵ Pa} = ۱/۰۸ \times ۱۰^۳$$

یعنی فشار در آن نقطه ۱۰۰۰ برابر فشار هوا است. *(اگر می‌خواهید این موضوع را دقیق درک کنید، به عمق ۱۰ متری آب در یک استخر بروید. آن‌جا فشار فقط ۲ برابر فشار هواست!)*

۱- معمولاً فشار هوا را برای راحتی $۱۰^۵$ Pa در نظر می‌گیرند.

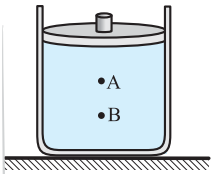
اصل پاسکال و ادعای شگفت‌انگیز دوم

شاید برایتان این سؤال ایجاد شده باشد که فشار هوا در سطح مایع چه ربطی به فشار در عمق h دارد و چرا باید P_0 هم در نظر بگیریم؟ جواب این سؤال را پاسکال در قرن ۱۷ این‌گونه بیان کرد:

اصل پاسکال: اگر فشار در یک نقطه از مایع درون یک ظرف به میزان ΔP تغییر کند، فشار در تمام نقطه‌های آن مایع به اندازه‌ی ΔP تغییر می‌کند. به همین خاطر است که وقتی فشار هوا به سطح مایع وارد می‌شود، این فشار به تمام نقاط مایع منتقل می‌شود و ما برای به دست آوردن فشار یک نقطه در مایع باید P_0 را هم در نظر بگیریم.

مثال و جواب

مثال **در شکل مقابل، فشار در نقاط A و B در درون مایع برابر P_A و P_B است. وزنه‌ای را روی پیستون آزاد قرار می‌دهیم. اگر در اثر وزنه، افزایش فشار در آن نقاط، ΔP_A و ΔP_B باشد، کدام رابطه درست است؟**



۱) $P_B = P_A \ ، \ \Delta P_B < \Delta P_A$

۲) $P_B < P_A \ ، \ \Delta P_B = \Delta P_A$

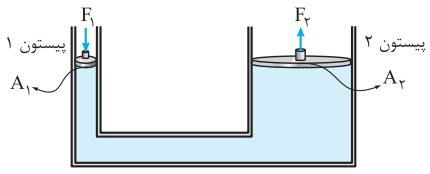
۳) $P_B < P_A \ ، \ \Delta P_B > \Delta P_A$

۴) $P_B > P_A \ ، \ \Delta P_B = \Delta P_A$

جواب گزینه‌ی «۴» عمق B از عمق A بیشتر است؛ بنابراین $P_B > P_A$ است. از طرفی طبق اصل پاسکال با قراردادن وزنه روی پیستون، فشار در تمام نقاط مایع به یک اندازه افزایش می‌یابد؛ پس $\Delta P_B = \Delta P_A$ است.

بالابر هیدرولیکی

بالابر هیدرولیکی همان وسیله‌ای است که شما می‌توانید با آن پراید را بلند کنید.



طبق اصل پاسکال در بالابرهای هیدرولیکی، افزایش فشار ناشی از اعمال نیروی F_1 بر پیستون (۱) بدون هیچ کم و کاستی به پیستون (۲) منتقل می‌شود و داریم:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)F_1$$

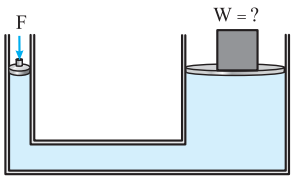
این رابطه به ما می‌گوید اگر نیروی کوچک F_1 را بر پیستون (۱) اعمال کنیم، در پیستون (۲) نیروی F_2 به اندازه‌ی $\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$ برابرِ نیروی F_1 به وجود می‌آید. پس هر چه نسبت $\frac{A_2}{A_1}$ (نسبت مساحت پیستون دوم به اول) را افزایش دهیم، مقدار نیروی F_2 بیشتر می‌شود و می‌توانیم با اعمال نیروی کوچک F_1، نیروی بسیار بیشتری را در پیستون (۲) ایجاد کنیم.

$$A_2 >> A_1 \Rightarrow F_2 >> F_1$$

به همین خاطر از این بالابرها برای جابه‌جایی اجسام بسیار سنگین (مثلاً اتومبیل‌ها) با اعمال نیروی کم استفاده می‌شود.

مثال و جواب

مثال **در شکل روبه‌رو، جرم و اصطکاک پیستون‌ها ناچیز و شعاع پیستون بزرگ‌تر ۱۰ برابر شعاع پیستون کوچک‌تر است. اگر به پیستون کوچک‌تر نیروی $F = 20\ N$ را وارد کنیم، برای حفظ تعادل، وزنه‌ای به وزن چند نیوتون را باید روی پیستون بزرگ قرار داد؟**



جواب

گام اول برای بالابر هیدرولیکی داریم:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F}{A_1} = \frac{W}{A_2} \Rightarrow \frac{W}{F} = \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{A=\pi r^2} \frac{W}{F} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

گام دوم می‌دانیم $r_2 = 10r_1$ است، پس:

$$\frac{W}{F} = \left(\frac{10r_1}{r_1}\right)^2 = 100 \xrightarrow{F=20N} \frac{W}{20} = 100 \Rightarrow W = 2000\ N$$

فشار هوا

ما برای این‌که خودبه‌خود منفجر نشویم، به فشار هوا نیاز داریم! (*البته در جایی که داعش نباشه وگرنه از فشار هوا هم کاری برنمیاد!*) هوا یا همان جو زمین به دلیل وزنی که دارد، به تمام اشیای داخلش، فشار وارد می‌کند. همان‌طور که قبلاً گفتیم، مقدار این فشار را در سطح دریاهای آزاد با P_0 نشان می‌دهیم. اگر این فشار وجود نداشت، فشار خونی که در رگ‌های ما در جریان است، از درون به ما فشار می‌آورد و باعث می‌شد، تکه‌تکه شویم. به همین خاطر است که فضانوردان برای راهپیمایی‌های فضایی از لباس‌های مخصوص استفاده می‌کنند.

محاسبه‌ی اختلاف فشار هوا برای دو نقطه با اختلاف ارتفاع کم‌تر از هزار متر: برای به دست آوردن اختلاف فشار هوا برای دو نقطه با اختلاف ارتفاع کم‌تر از ۱۰۰۰ m از رابطه‌ی $P_2 - P_1 = \rho gh$ استفاده می‌کنیم که h اختلاف ارتفاع دو نقطه است.

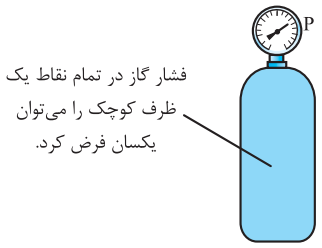
مثال و جواب

مثال چگالی هوای تهران در دمای $۲۰^\circ C$ تقریباً $۱/۰\ kg/m^۳$ است. اختلاف فشار هوای بالا و پایین برج میلاد، با ارتفاع $۴۳۵\ m$ چه‌قدر است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$

جواب

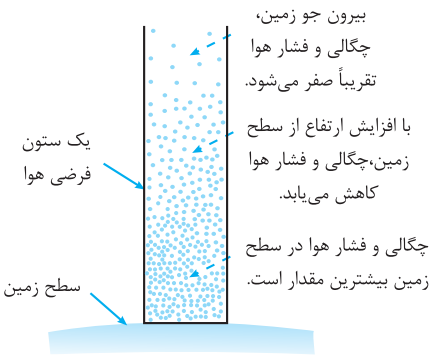
$$P_۲ - P_۱ = \rho gh = (۱\frac{kg}{m^۳})(۱۰\frac{m}{s^۲})(۴۳۵) = ۴۳۵۰\ Pa$$

با توجه به این‌که چگالی گازها خیلی کم است، در محفظه‌های کوچک گاز مانند شکل روبه‌رو، اختلاف فشار در نقاط مختلف داخل محفظه ناچیز است. به همین خاطر می‌توانیم فشار را در تمام نقاط گاز یکسان در نظر بگیریم.



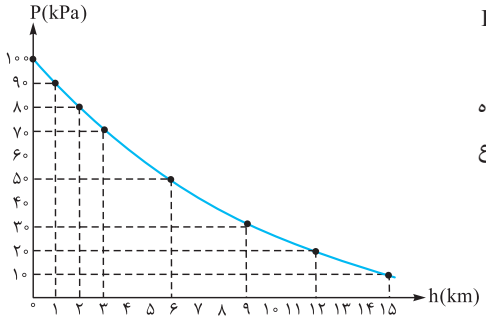
محاسبه‌ی اختلاف فشار بین دو نقطه از هوا که اختلاف ارتفاع بیش از هزار متر دارند:

برای محاسبه‌ی اختلاف فشار بین دو نقطه از هوا که اختلاف ارتفاع قابل توجهی دارند، دیگر نمی‌توانیم از رابطه‌ی $P_۲ - P_۱ = \rho gh$ استفاده کنیم. این موضوع به این خاطر است که چگالی هوا در ارتفاع‌های مختلف یکسان نیست و با افزایش ارتفاع از سطح زمین به شدت کاهش می‌یابد. در واقع نیروی جاذبه‌ی زمین باعث می‌شود که لایه‌های زیرین شاره نسبت به لایه‌های بالایی شاره متراکم‌تر شوند. در نتیجه هر چه به سطح زمین نزدیک‌تر می‌شویم، چگالی و فشار هوا افزایش می‌یابد.



نمونه اختلاف فشار قله‌ی دماوند و سطح دریا با استفاده از رابطه‌ی $P_۲ - P_۱ = \rho gh$ حدود $۷۴\ kPa$ می‌شود، ولی مقدار واقعی آن تقریباً $۵۰\ kPa$ است.

در واقع برای محاسبه‌ی فشار هوا در نقاط مختلف باید از نمودار روبه‌رو استفاده کنیم. همان‌طور که می‌بینید برای اختلاف ارتفاع‌های زیاد، رابطه‌ی فشار با ارتفاع دیگر خطی نیست.

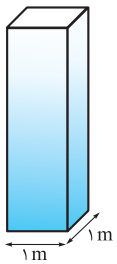


یکای بار (bar): یکی از یکاهای فشار که در هواشناسی متداول است و از آن روی نقشه‌های آب و هوا استفاده می‌شود، **بار (bar)** است. هر بار معادل $۱۰^۵\ Pa$ است:

$$۱\ bar = ۱/۰۰۰ \times ۱۰^۵\ N/m^۲ = ۱/۰۰۰ \times ۱۰^۵\ Pa$$

مثال و جواب

مثال فشار هوای وارد بر هر مترمربع از سطح زمین در ساحل دریاها ناشی از وزن یک ستون هوای فرضی مانند شکل روبه‌رو است که تا بالاترین بخش جو زمین ادامه دارد. اگر جرم هوای درون این ستون فرضی ۱۰ تن باشد، فشار هوا در سطح دریا چند بار است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$

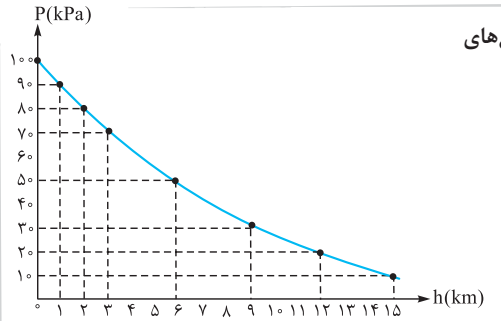


جواب می‌دانیم فشار وارد بر یک سطح از رابطه‌ی $P = \frac{F_\perp}{A}$ به دست می‌آید. در این‌جا $F_\perp = mg$ است؛ پس:

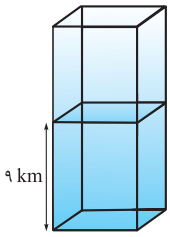
$$P = \frac{F_\perp}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{(۱۰\ Tonn)(۱۰\frac{m}{s^۲})}{۱\ m^۲} = \frac{(۱۰ \times ۱۰^۳\ kg)(۱۰\frac{m}{s^۲})}{۱\ m^۲} \Rightarrow P = ۱۰^۵\ Pa = ۱\ bar$$

مثال و جواب

مثال با توجه به نمودار روبه‌رو، چه‌قدر از جرم ستون هوای مثال قبل در ارتفاع‌های بالاتر از ۹ km قرار دارد؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$)



جواب همان‌طور که در مثال قبل گفتیم، فشار وارد بر هر مترمربع از یک ستون هوا ناشی از وزن هوای بالای آن سطح است. حالا سطح موردنظر را در ارتفاع ۹ کیلومتری از سطح زمین در نظر می‌گیریم. با توجه به نمودار، فشار در این ارتفاع حدود ۳۰ kPa است، که ناشی از وزن ستون هوای بالای این ارتفاع است؛ پس داریم:



$$P = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow ۳۰۰۰۰\ Pa = \frac{m \times (۱۰\ \frac{m}{s^۲})}{۱\ m^۲} \Rightarrow m = ۳۰۰۰\ kg$$

تمرین

۳۱- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف) نیرویی که توسط شاره به اجسام در تماس با آن وارد می‌شود، ناشی از برخورد مولکول‌های شاره با سطح اجسام است.

ب) فشار حاصل از مایع به جنس مایع بستگی دارد.

پ) فشار مایع به شتاب گرانشی بستگی ندارد.

ت) فشار مایع به شکل ظرفی که مایع در آن قرار دارد، بستگی ندارد.

۳۲- در جمله‌های زیر جاهای خالی را با کلمه یا عبارت مناسب کامل کنید.

الف) وقتی شاره ساکن است، به هر سطحی که با آن در تماس باشد، نیرویی ..... وارد می‌کند.

ب) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، چگالی هوا به شدت ..... می‌یابد.

پ) نیروی جاذبه‌ی زمین سبب می‌شود که لایه‌های زیرین هوا نسبت به لایه‌های بالایی ..... شوند.

ت) در هواشناسی و روی نقشه‌های آب و هوا، معمولاً از یکای ..... برای فشار هوا استفاده می‌کنند.

۳۳- کلمه‌ی مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.

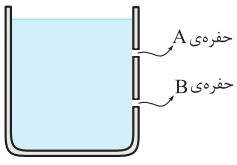
الف) با افزایش عمق، فشار ناشی از شاره (افزایش ـ کاهش) می‌یابد.

ب) فشار هوا در ارتفاع‌های بالاتر (کم‌تر ـ بیشتر) از فشار سطح دریاست.

پ) هر چه به سطح زمین نزدیک‌تر می‌شویم، چگالی هوا (افزایش ـ کاهش) می‌یابد.

ت) یک بار (۱ bar) معادل ($۱۰^۵$ ـ $۱۰^۴$) پاسکال است.

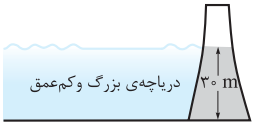
۳۴- در بدنه‌ی ظرفی که در شکل روبه‌رو نشان داده شده است، دو حفره ایجاد شده است. آب از کدام‌یک از حفره‌ها با سرعت بیشتری خارج می‌شود؟ فشار آب در محل کدام حفره بیشتر است؟



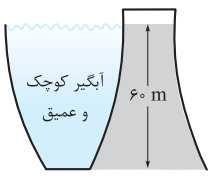
۳۵- چرا بادکنکی که از گاز هیدروژن پر شده است، در ارتفاعات می‌ترکد؟

۳۶- نمودار فشار کل وارد بر ته ظرف پر از مایع را برحسب عمق مایع رسم کنید.

۳۷- مقدار آبی که در پشت سد شماره‌ی (۱) جمع شده است $۴۵ \times ۱۰^۶\ m^۳$ و مقدار آبی که پشت سد شماره‌ی (۲) جمع شده است، $۲۰ \times ۱۰^۶\ m^۳$ است. فشار در کف کدام سد بیشتر است؟ چرا؟



(۱)



(۲)